Les triangles

Le triangle, la figure la plus simple qui soit, possède d'étonnantes propriétés.

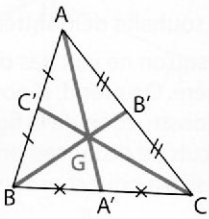
1.1 Droites et points remarquables

▶ *Médianes et centre de gravité*

▶ Les **médianes** d'un triangle sont concourantes.

Leur point d'intersection G est appelé **centre de gravité du triangle**. G est situé aux deux tiers de chaque médiane à partir du sommet correspondant :

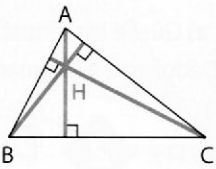
$$AG = \frac{2}{3}AA' \ ; \ BG = \frac{2}{3}BB' \ ; \ CG = \frac{2}{3}CC' \ .$$



▶ *Hauteurs et orthocentre*

▶ Les **hauteurs** d'un triangle sont concourantes.

Leur point d'intersection H est appelé orthocentre du triangle.



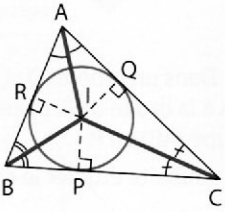
▶ *Bissectrices et cercle inscrit*

▶ Les **bissectrices** d'un triangle sont concourantes.

Leur point d'intersection I est équidistant de chacun des trois côtés du triangle :

$$IP = IQ = IR.$$

I est le centre du **cercle inscrit** dans le triangle.

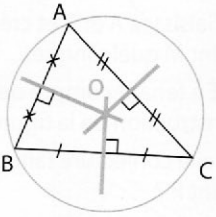


▶ *Médiatrices et cercle circonscrit*

▶ Les **médiatrices** d'un triangle sont concourantes.

Leur point d'intersection O est équidistant de chacun des sommets du triangle : $OA = OB = OC$.

O est le centre du **cercle circonscrit** au triangle.



1.2 Triangles particuliers

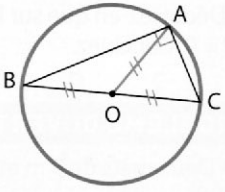
Triangle rectangle

• Dans un triangle ABC rectangle en A, le centre O du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse [BC] : $OA = \frac{1}{2}BC$, et A est sur le cercle de diamètre [BC].

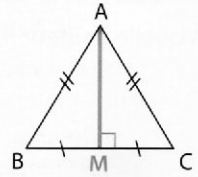
• **Réciproquement :**

– Si dans le triangle ABC, le milieu O de [BC] est tel que $OA = \frac{1}{2}BC$, alors le triangle ABC est rectangle en A.

– Si A est un point du cercle de diamètre [BC], alors le triangle ABC est rectangle en A.



▶ *Triangle isocèle*

▶ Dans un triangle isocèle en A, la médiane (AM) est aussi hauteur et bissectrice de l'angle $\widehat{A}$.

Elle est donc médiatrice de [BC] et axe de symétrie du triangle.